

Analisi Matematica II, Ing. Aerospaziale
(Canale A-K)
Silvia Marconi - 23 Maggio 2012 -

Esercizi di ricapitolazione

Funzioni in due variabili

- Determinare l'insieme di definizione, di continuità e il codominio della funzione

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{1}{x^4 + y^4 + 2} \right).$$

[f definita su \mathbb{R}^2 ; codominio $(-\infty, \frac{1}{2}]$].

- Data la funzione in due variabili

$$f(x, y) = x^y + y^x$$

1. determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica.
2. Scrivere se possibile l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, 2)$.
3. Calcolare la derivata direzionale di f lungo la retta $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3} + 1$ nel verso delle x crescenti nel punto $(1, 1)$.

[f definita nel primo quadrante compresi gli assi ma esclusa l'origine, insieme illimitato connesso né aperto né chiuso. $\pi : x + y - z = 0$. $\hat{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $f_{\hat{v}}(1, 1) = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$].

- Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = |(x + 1)(y - 2)|.$$

[f definita e continua in \mathbb{R}^2 e di classe C^∞ in \mathbb{R}^2 privato delle rette $x = -1$ e $y = 2$. f non è derivabile parzialmente rispetto a y nei punti della retta $y = 2$ e rispetto a x nei punti della retta $x = -1$, tranne nel punto $(-1, 2)$ in cui è derivabile e anche differenziabile].

- Data la funzione

$$f(x, y) = e^{xy} + \sin x$$

calcolare la derivata in direzione normale alla retta $3x + 6y - 6 = 0$ nel punto $(0, 1)$ secondo il verso delle x crescenti.

[$\vec{n} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$; $f_{\vec{n}}(0, 1) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$].

Equazione a variabili separabili

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \left(1 + \frac{1}{(x-2)^2}\right) \frac{\sqrt{y-1}}{e^{\sqrt{y-1}}} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

[$y(x) = 1 + \ln^2 \left(\frac{x^2 - 2x - 1}{2(x-2)}\right)$ soluzione locale in $(1 - \sqrt{2}, 2)$].