# Tutoraggio Analisi II, Ing. Ambiente e Territorio
# Dott.ssa Silvia Marconi - 21 Maggio '08 -

## ◇ Teorema della divergenza in $\mathbb{R}^3$

Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza.

- Calcolare il flusso uscente del campo vettoriale
$$\vec{F}(x,y,z) = (x, y, z^2)$$
dalla superficie costituita dal bordo di
$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ -1 < z < -x^2 - y^2\}$$
sia tramite la definizione che utilizzando il teorema della divergenza.
- Calcolare il flusso uscente del campo vettoriale
$$\vec{F}(x,y,z) = (x, y, z)$$
dalla superficie costituita dal bordo dell'insieme
$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x + y + z < 1; \ x > 0; \ y > 0; \ z > 0\}$$

## ◇ Teorema della divergenza in $\mathbb{R}^2$

- Verificare il teorema della divergenza calcolando il flusso uscente del campo vettoriale
$$\vec{F}(x,y) = (1 + xy, x)$$
attraverso il bordo dell'insieme
$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ (x-2)^2 + y^2 < 1; \ y > 0\}$$

## Teorema di Stokes in $\mathbb{R}^3$

- Calcolare l'integrale della forma differenziale
$$\omega(x,y,z) = (z^2 + y)\ dx + z\ dy + y\ dz$$
lungo il bordo orientato positivamente della superficie
$$\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ z = 1 - x^2 - y^2; \ x^2 + y^2 \leq 1\}$$