Tutoraggio Analisi II, Ing. Ambiente e Territorio
Dott.ssa Silvia Marconi - 23 Aprile '08 -

◇ Forme differenziali e campi vettoriali in $\mathbb{R}^2$

Forme differenziali esatte e chiuse. Campi vettoriali conservativi e irrotazionali. Integrali di forme differenziali su curve di $\mathbb{R}^2$.

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = 2xe^{x^2}\sin y\ dx + e^{x^2}\cos y\ dy$$
determinare le primitive di ω e calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazione $x^2 + 4y^2 = 4$.

- Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{dx}{x+y} + (x^2+y^2)\ dy$$
calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è l'arco di parabola $y = x^2$ compreso tra $(1,1)$ e $(2,4)$.

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \log y\ dx + \frac{x}{y}\ dy$$
calcolare la primitiva di ω che vale 1 in $(1,1)$.

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = x^2 dx + y\ dy$$
calcolare la primitiva di ω che vale 0 in $(0,0)$ e calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazione $x^2 + y^2 - 2y = 1$.

- Dato il campo vettoriale
$$\vec{F} = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$$
si calocoli:
  (a) $\int_{C_1} \vec{F}\ ds$ dove C_1 è la circonferenza unitaria percorsa in verso antiorario;
  (b) $\int_\gamma \vec{F}\ ds$ dove γ è la curva di equazione $y = 1 + x^2$ con $x \in [0,2]$;
  (c) $\int_{C_R} \vec{F}\ ds$ dove C_R è la circonferenza di centro l'origine e raggio R percorsa in verso antiorario.