

Tutoraggio Analisi II, Ing. Civile

Dott.ssa Silvia Marconi - 16 Novembre '07 -

◇ Continuità di funzioni in due variabili

1. Studiare la continuità delle seguenti funzioni:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^3}{\sqrt{x^2+y^2}} + e^x & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+1)y^3+xy}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \log(1+y)}{(x^2+\arctan^2 y)^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua.

3. Studiare la continuità della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} y^2 \arctan\left(\frac{x}{y}\right) & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$$

◇ Regolarità di funzioni in due variabili

1. Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0, 1)$ della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy-x}{\sqrt{x^2+y^2-2y+1}} & (x, y) \neq (0, 1) \\ \lambda & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

dove λ è un parametro reale.

2. Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0, 0)$ della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(2xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0, 0)$ della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(e^{|xy|}-1)^\alpha}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

al variare del parametro reale α .

4. Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in tutto \mathbb{R}^2 della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + |y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

5. Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0, 0)$ della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 + \alpha x + \beta y - e^{x+y}}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

al variare dei parametri α e β in \mathbb{R} .

◇ Derivate direzionali

1. Calcolare la derivata $f_{\hat{v}}(1, 0)$, dove $f(x, y) = x^2 + xy - 2$ e $\vec{v} = (2, 1)$.
2. Trovare i valori del parametro reale λ tali che esistano le derivate direzionali nell'origine, in ogni direzione \hat{v} , della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \sin x}{x^3 + y^6} & x^3 + y^6 \neq 0 \\ \lambda & x^3 + y^6 = 0 \end{cases}$$

e calcolarle. Discutere la differenziabilità e la continuità della funzione in $(0, 0)$.