Tutoraggio Analisi II, Ing. Civile
Dott.ssa Silvia Marconi - 23 Novembre '07 -

◇ Formula di Taylor per funzioni in due variabili

Scrivere il polinomio di Taylor per la funzione

$$f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$$

al secondo ordine, di punto iniziale $(-2, 1)$.

◇ Massimi e minimi di funzioni in tre variabili

Determinare massimi e minimi liberi della funzione in tre variabili definita su tutto R^3

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + z^2 - x^2y^2$$

◇ Curve

Curve semplici, chiuse, regolari. Lunghezza di un arco di curva. Ascissa curvilinea.

1. Studiare la semplicità, chiusura e regolarità delle seguenti curve:
   (a) $\varphi(t) = (\sin t, \pi - t)$ con $t \in [-1, 1]$
   (b) $\varphi(t) = (\ln(1 + t), t - t^2, e^t)$ con $t \in [2, 3]$
   (c) $\varphi(t) = (t^2, t^3)$ con $t \in [-1, 1]$
2. Studiare la regolarità delle curve e calcolarne la lunghezza nei seguenti casi:
   (a) $\varphi(t) = (t - 1, 1 - t^2, 2 + \frac{2}{3}t^3)$ con $t \in [0, 1]$
   (b) $\varphi(t) = (\sin t - t\cos t, t\sin t + \cos t)$ con $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$
   (c) Arco della curva $f(x) = \log x$ tra i punti di ascissa $\sqrt{3}$ e $\sqrt{8}$
3. Trovare l'ascissa curvilinea della curva

   $$\varphi(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t) \quad \text{con} \quad t \in [0, 2\pi]$$

   a partire dal punto $P_0(1, 0, 1)$ e calcolare la lunghezza dell'arco di curva compreso tra P_0 e $P_1(-e^\pi, 0, e^\pi)$.
   Riparametrizzare la curva tramite l'ascissa curvilinea.

$\diamond$ Massimi e minimi vincolati di funzioni in due variabili

Determinare massimi e minimi vincolati delle seguenti funzioni in due variabili nei domini a fianco indicati.

1. $f(x,y) = 2xy - y - 2x^3 \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq (x-1)^2\}$
2. $f(x,y) = x^2 + y \sin x + 6 \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},\ 0 \leq y \leq 1\}$