

Tutoraggio Analisi II, Ing. Ambiente e Territorio Dott.ssa Silvia Marconi - 11 Maggio '07 -

◇ Integrali tripli

Calcolare i seguenti integrali tripli nei domini a fianco indicati.

- $\iiint_A x \, dx dy dz$ $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0; x + y + z \leq 1\}$
- $\iiint_B x(x^2 + y^2) \, dx dy dz$ $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; x^2 \geq y^2 + z^2; x \geq 0\}$
- $\iiint_D xyz^2 \, dx dy dz$ $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1; -x \leq z \leq x; x + z \leq y \leq 4\}$

◇ Teoremi di Green, divergenza, Stokes

- Calcolare l'area del dominio regolare racchiuso dalla curva $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $\gamma(t) = (t(t-1); t(t-1)(2t-1))$.
- Verificare il teorema della divergenza nel seguente caso:
 $f(x, y) = (1 + xy, x)$ e $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0\}$.
- Calcolare $\int_\gamma F$ dove $F(x, y) = (x^2 y^3, y)$ e γ è una parametrizzazione del bordo di $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ orientato positivamente.
- Sia γ una qualunque curva regolare semplice chiusa che contenga l'origine e sia $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $f(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}; \frac{x}{x^2+y^2}\right)$.
Si provi che $\int_\gamma f = 2\pi$.