Tutoraggio Analisi II, Ing. Civile - Trasporti (M-Z) Dott.ssa Silvia Marconi - 18 Maggio '07 -

◇ Forme differenziali e campi vettoriali

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = 2xe^{x^2}\sin y\,dx + e^{x^2}\cos y\,dy$$
determinare le primitive di ω e calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazione $x^2+y^2=1$.

- Verificare che il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (e^y\,;\,xe^y)$
è conservativo e determinarne il potenziale.

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{1}{x}\,dx + \frac{1}{y}\,dy$$
stabilire se e dove è esatta e calcolare la primitiva che vale 2 nel punto $(1,1)$.

- Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = (y^2e^{xy^2} - \sin(x-y) + 1)\,dx + (2xye^{xy^2} + \sin(x-y) + x)\,dy$$
calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazione $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

- Determinare le funzioni $\varphi(x,y)$ tali che la forma differenziale
$$\omega(x,y) = (x+y)\,dx + (\varphi(x,y) - y)\,dy$$
sia esatta e trovarne le primitive.

- Si consideri il campo vettoriale
$$\vec{F}(x,y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}\,;\,\frac{y}{x^2+y^2}\right)$$
e si calcoli:
  (a) $\int_C \vec{F}\,ds$ dove C è la circonferenza unitaria percorsa in verso antiorario;
  (b) $\int_\gamma \vec{F}\,ds$ dove γ è la curva di equazione $y = 1 + x^2$ con $x \in [0,2]$;
  (c) $\int_{C_R} \vec{F}\,ds$ dove C_R è la circonferenza di centro l'origine e raggio R percorsa in verso antiorario.