

# Tutoraggio Analisi II, Ing. Civile-Trasporti (M-Z)

## Dott.ssa Silvia Marconi - 20 Aprile '07 -

### ◇ Regolarità di funzioni in due variabili

#### - Continuità, derivabilità parziale e direzionale, differenziabilità

- Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  e in  $x \geq 0, y \geq 0$ , la continuità e la differenziabilità nell'origine della seguente funzione e stabilire per quali direzioni  $\hat{r}$  la funzione ammette derivate direzionali nell'origine:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 - y^2)^\alpha}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Data la funzione  $f(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$  determinare il suo insieme di definizione e calcolare, se esistono,  $f_x(0, 1)$  e  $f_y(0, 1)$ . Stabilire inoltre se  $f$  ammette derivata direzionale secondo l'asse  $y = x$  orientato nel verso delle  $x$  crescenti nel punto  $(1, 1)$ .
- Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione:

$$f_\alpha(x, y) = e^{\alpha x} \sin[(\alpha^2 - 1)y] \cos x^2$$

ha la derivata direzionale lungo la direzione  $\hat{r} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  nel punto  $(0, 0)$  pari a 0.

- Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 + 2xy + \sqrt{y}}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

con  $y \geq 0$ , stabilire se  $f$  è continua e se esistono direzioni  $\hat{r}$  lungo le quali è derivabile direzionalmente nell'origine. Stabilire se la funzione è differenziabile nell'origine.

- Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{y^3} - 1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

studiare la continuità, la derivabilità parziale e la differenziabilità di  $f$  in  $(0, 0)$ . Stabilire per quali direzioni la funzione è derivabile direzionalmente nell'origine.

- Data la funzione  $f(x, y) = 1 + \sqrt[3]{(x-1)^2 y}$  calcolare le derivate direzionali nel punto  $(1, 0)$ . Verificare che la funzione non è differenziabile in tale punto.

**- Piano tangente**

Determinare l'equazione del piano tangente al grafico delle seguenti funzioni nel punto a fianco indicato:

- $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$  in  $(2, 0, 2)$

- $f(x, y) = \arctan(x + 2y)$  in  $(0, 0, 0)$