

Tutoraggio Analisi II, Ing. Civile - Trasporti (M-Z)

Dott.ssa Silvia Marconi - 25 Maggio '07 -

◇ Studio di funzioni in due variabili

- Data la funzione in due variabili

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \sin x}{x^3 + y^6} & x^3 + y^6 \neq 0 \\ \lambda & x^3 + y^6 = 0 \end{cases}$$

1. determinare il valore del parametro reale λ tale che esistano le derivate direzionali nell'origine $f_{\hat{v}}(0, 0)$ in ogni direzione \hat{v} e calcolarle;
2. stabilire se la funzione è differenziabile nell'origine;
3. stabilire se la funzione è continua nell'origine.

- Determinare se esiste il valore del parametro reale λ tale che la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy-x}{\sqrt{x^2+y^2-2y+1}} & (x, y) \neq (0, 1) \\ \lambda & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

sia continua e differenziabile nel punto $(0, 1)$.

- Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e la curva $\gamma(t) = ((1+t) \sin t, t) \quad t \in [0, 2\pi]$

calcolare la derivata direzionale $f_{\hat{v}}(0, 0)$ tangente a γ in $(0, 0)$.

- Data la funzione $f(x, y) = e^{xy} \sin x$
e la retta r di equazione $3x + 6y - 6 = 0$
calcolare la derivata direzionale $f_{\hat{v}}(0, 0)$ normale a r nel punto $(0, 1)$.

◇ Equazioni differenziali

- Determinare i valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ tali che il problema

$$\begin{cases} y''(x) + 3y(x) = \lambda y(x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

abbia soluzioni non nulle limitate ed individuarle.

- Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} 2y'(x) \sin x + y(x) \cos x = y^3(x) \sin^2 x \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y'(x) \sin x + y(x) \cos x = y^3(x) \sin^2 x \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

- Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \sqrt{y'(x)} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}} \frac{1}{\sqrt{\cos y(x)}} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$