Analisi Matematica, Ing. Civile (Canale A-K) Dott.ssa Silvia Marconi - 1 Dicembre 2010 -

$\diamond$ Insieme di definizione e comportamento della funzione $f(x) = x^\alpha$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\diamond$ Continuità di funzioni in due variabili

- Studiare la continuità della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2(xy+1)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Studiare la continuità della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^3}{\sqrt{x^2+y^2}} + e^x & (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ risulta continua la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^2)}{(x^2+y^2)^{3\alpha}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Determinare il valore di $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che risulti continua la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{y^3}-1}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ \lambda & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$\diamond$ Derivabilità parziale e differenziabilità di funzioni in due variabili

Criterio di differenziabilità

- Studiare la continuità, la derivabilità parziale e la differenziabilità della seguente funzione in $\mathbb{R}^2$:

$$f(x,y) = x\sqrt[3]{y}.$$

- Studiare la continuità, la derivabilità parziale e la differenziabilità della seguente funzione nell'origine al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x^2+y^2}\ln(1+|y|^\alpha) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$