

Analisi Matematica, Ing. Civile (Canale L-Z)

Dott.ssa Silvia Marconi - 6 Dicembre 2010 -

◇ Teorema di Schwartz

Verificare la validità del teorema di Schwartz per le seguenti funzioni:

- $f(x, y) = \sin(xy) e^{y^2-1}$
- $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- $f(x, y) = \begin{cases} yx^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

◇ Piano tangente

Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico delle seguenti funzioni nel punto a fianco indicato, verificando la differenziabilità:

- $f(x, y) = \arctan(x + 2y)$ in $(1, 0, \frac{\pi}{4})$
- $f(x, y) = x^y + y^x$ in $(1, 1, 2)$

◇ Derivate direzionali

- Calcolare la derivata $f_{\vec{v}}$ in direzione $\vec{v} = (1, 2)$ nel punto $P(0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = e^x \cos y$$

sia usando la definizione sia usando il teorema che lega la derivata direzionale alle derivate parziali per funzioni differenziabili.

- Data la funzione

$$f(x, y) = 1 + \sqrt[3]{(x-1)^2 y}$$

calcolare la derivata direzionale $f_{\hat{v}}$ nel punto $P(1, 0)$ per ogni direzione \hat{v} .
Dedurre che la funzione non è differenziabile.

- Data la funzione

$$f(x, y) = e^{xy} + \sin x$$

calcolare la derivata direzionale $f_{\hat{v}}$ nel punto $P(0, 1)$

- in direzione della retta $r : 3x + 6y - 6 = 0$ nel verso delle x crescenti
- in direzione della retta $r : 3x + 6y - 6 = 0$ nel verso delle x decrescenti
- in direzione perpendicolare alla retta $r : 3x + 6y - 6 = 0$ nel verso delle x crescenti
- in direzione perpendicolare alla retta $r : 3x + 6y - 6 = 0$ nel verso delle x decrescenti
- lungo una retta che forma un angolo di -30° rispetto all'asse x nel verso delle x crescenti
- lungo una retta che forma un angolo di 210° rispetto all'asse x nel verso delle x decrescenti