

# Analisi Matematica, Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)

## Dott.ssa Silvia Marconi - 10 Dicembre 2010 -

### ◇ Integrali doppi su domini normali

- Calcolare il seguente integrale doppio nel dominio a fianco indicato, sia come unione di domini normali rispetto a  $x$  che rispetto a  $y$ :

$$\iint_T 3^{2y+1} dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1; \quad 1 + |x| \leq y \leq 2\}$$

- Calcolare il seguente integrale doppio nel dominio a fianco indicato:

$$\iint_E \frac{2x}{4 - yx} dx dy \quad E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1; \quad x^2 \leq y \leq \min(2x, 1)\}$$

- Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D \left| y - \frac{2}{3}x \right| dx dy$$

dove  $D$  è il trapezio di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(\frac{2}{3}, 1)$  e  $(\frac{5}{2}, 0)$ .

- Calcolare il seguente integrale doppio nel dominio a fianco indicato:

$$\iint_T x^3 y^5 dx dy \quad T = \{-1 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq x^2\} \cup \{1 \leq x \leq 2; (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$$

### ◇ Integrali doppi con cambi di coordinate

- Calcolare il seguente integrale doppio utilizzando le coordinate polari:

$$\iint_D \frac{x^2}{\sqrt{3 + (x^2 + y^2)^2}} dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \geq 0; y \geq 0; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

- Calcolare il seguente integrale doppio con un opportuno cambio di variabili:

$$\iint_T (x + 2y)e^{y-x} dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -4 \leq x + 2y \leq 2; -1 \leq x - y \leq 2\}$$

### ◇ Applicazioni

- Area dell'ellisse e coordinate ellittiche.

- Area di una superficie definita dal grafico di una funzione.

Calcolare l'area della superficie definita da  $f(x, y) = 3 - x - \frac{y}{2}$  sul dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 8\}$ .

◇ **Volume di solidi di rotazione**

- Calcolare il volume del cono generato dalla rotazione di  $f(x) = x$  intorno all'asse  $x$ , con  $0 \leq x \leq 1$ .
- Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione di  $f(x) = \arcsin x$  intorno all'asse  $y$ , con  $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ .