

Analisi Matematica, Ing. Civile (Canale A-K)

Dott.ssa Silvia Marconi - 13 Dicembre 2010 -

◇ Forme differenziali e campi vettoriali

Forme differenziali. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forma chiusa, dominio semplicemente connesso, forma differenziale esatta, primitive. Metodo analitico e metodo geometrico per il calcolo delle primitive di una forma esatta.

Campi vettoriali, lavoro, campi conservativi, potenziale.

- Data la forma differenziale

$$\omega = e^x [\sin(x+y) + \cos(x+y)] dx + e^x \cos(x+y) dy$$

stabilire se è esatta e calcolare l'integrale $\int_{\gamma_n} \omega$ sulle curve

$$\gamma_n(t) = (\cos nt, \sin nt) \quad t \in [0, \pi], \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

- Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{+\partial D} y \sqrt{x^2 + 4y^2} dy$$

dove D è il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1; 0 \leq x \leq 2; x^2 + 4y^2 \geq 4\}$

- Data la forma differenziale

$$\omega = \left[\ln(x+y) + \frac{x}{x+y} \right] dx + \frac{x}{x+y} dy$$

determinare un insieme in cui è esatta e calcolare le primitive.

- Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{4x^3 dx + 4y^3 dy}{x^4 + y^4}$$

calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \omega$ dove γ è la parte della circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 2, da $(2, 0)$ a $(0, 2)$.

- Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = (y^2 e^{xy^2} - \sin(x-y) + 1; 2xy e^{xy^2} + \sin(x-y) + x)$$

stabilire se è conservativo e calcolare il lavoro sulla frontiera percorsa in senso antiorario del dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\}$

- Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{1}{x} dx + \frac{1}{y} dy$$

calcolare la primitiva che vale 2 in $(1, 1)$.

- Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1}{x+y}; x^2 + y^2 \right)$$

calcolare il lavoro compiuto da \vec{F} sull'arco di parabola $y = x^2$ tra $(1, 1)$ e $(2, 4)$.