

Analisi Matematica, Ing. Civile (Canale L-Z)

Dott.ssa Silvia Marconi - 13 Dicembre 2010 -

◇ Forme differenziali e campi vettoriali

Forme differenziali. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forma chiusa, dominio semplicemente connesso, forma differenziale esatta, primitive. Metodo analitico e metodo geometrico per il calcolo delle primitive di una forma esatta.

Campi vettoriali, lavoro, campi conservativi, potenziale.

- Data la forma differenziale

$$\omega = e^x [\sin(x+y) + \cos(x+y)] dx + e^x \cos(x+y) dy$$

stabilire se è esatta e calcolare l'integrale $\int_{\gamma_n} \omega$ sulle curve

$$\gamma_n(t) = (\cos nt, \sin nt) \quad t \in [0, \pi], \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

- Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{+\partial D} y \sqrt{x^2 + 4y^2} dy$$

dove D è il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1; 0 \leq x \leq 2; x^2 + 4y^2 \geq 4\}$

- Data la forma differenziale

$$\omega = -\frac{xy}{\sqrt{y-x^2}} dx + \left(\frac{3y-2x^2}{2\sqrt{y-x^2}} + 1 \right) dy$$

determinare un insieme in cui è esatta e calcolare le primitive.

- Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}; \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$$

- calcolare il lavoro lungo la circonferenza unitaria in senso antiorario;
- calcolare il lavoro lungo l'arco di parabola $y = 1 + x^2$ con $x \in (0, 2)$.

- Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{1}{x} dx + \frac{1}{y} dy$$

calcolare la primitiva che vale 2 in $(1, 1)$.