Analisi Matematica, Ing. Civile
(Canale A-K e L-Z)
Silvia Marconi - 28 Novembre 2011 -

◇ Curve nel piano

Curva regolare, curva generalmente regolare, vettore tangente.
Lunghezza di un arco di curva regolare. Lunghezza di un arco di curva che è il grafico di una funzione in una variabile.
Riparametrizzazione di una curva.

- Calcolare la lunghezza dell'arco di curva
$$\gamma(t) = (\sin^2 t, \cos^2 t) \qquad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$
[Risp.: $\sqrt{2}$].

- Calcolare la lunghezza dell'arco di curva che è il grafico della funzione
$$f(x) = \ln(1 - x^2) \qquad \text{per} \quad x \in [a, b] \subset [-1, 1]$$
[Risp.: $a - b + \ln\left(\frac{1+b}{1-b}\right) - \ln\left(\frac{1+a}{1-a}\right)$].

◇ Ascissa curvilinea

Ascissa curvilinea. Riparametrizzazione di una curva tramite ascissa curvilinea e sue proprietà.

- Determinare l'ascissa curvilinea della curva
$$\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t) \qquad t \in [0, 2\pi]$$
a partire dal punto $P_0(1, 0)$. Calcolare la lunghezza dell'arco di curva compreso tra P_0 e $P_1(-e^\pi, 0)$.
[Risp.: $s(t) = \sqrt{2}(e^t - 1)$; $\sqrt{2}(e^\pi - 1)$].

- Determinare l'ascissa curvilinea della curva
$$\gamma(t) = (R \cos t, R \sin t) \qquad t \in [0, 2\pi], \quad R > 0$$
a partire dal punto $P_0(1, 0)$.
[Risp.: $s(t) = Rt$].

$\diamond$ Integrali doppi

Domini normali. Formule di riduzione per integrali doppi su domini normali. Inversione dell'ordine di intgrazione. Integrali doppi su domini non normali.

- Calcolare

  $$\iint_D ye^{y^2+x}\,dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le x \le 2y^2,\ 0 \le y \le 1\}.$$

  [Risp.: $\frac{e^3}{6} - \frac{e}{2} + \frac{1}{3}$].

- Calcolare

  $$\iint_A (x+2y)\,dxdy$$

  $$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le x \le 2,\ \min\{x^2,x\}0 \le y \le \max\{x^2,x\}\}.$$

  [Risp.: $\frac{11}{2}$].