Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)
Silvia Marconi - 19 Novembre 2012 -

◇ Serie di Taylor

Comportamento asintotico. Sere di Taylor. Funzione sviluppabile in serie di Taylor.
Teorema: condizione necessaria e sufficiente per la sviluppabilità in serie di Taylor (senza dim.).
Teorema: condizione sufficiente per la sviluppabilità in serie di Taylor (senza dim.). Condizione delle derivate equilimitate.
Serie di Taylor delle principali funzioni:
e^x, $\sin x$, $\cos x$ per $x \in \mathbb{R}$, $\ln(1+x)$ per $-1 < x \leq 1$.
Serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Serie di Taylor di $f(x) = \frac{1}{1-x}$ per $|x| < 1$.

◇ Funzioni di due variabili

Funzione di due variabili. Limite in un punto. Funzione di due variabili continua in un punto e in un insieme. Limiti in coordinate polari.
Teoremi sulle operazioni di funzioni continue (senza dim.): somma, prodotto, composizione, quoziente.
Teoremi fondamentali sulle funzioni continue (senza dim.)

- Teorema della permanenza del segno
- Teorema di Weierstrass
- Teorema degli zeri
- Teorema dei valori intermedi
- Teorema: f continua in un insieme compatto e connesso ammette massimo e minimo assoluti M e m e assume tutti e soli i valori compresi nell'intervallo $[m, M]$.

Esempi

- Studiare la prolungabilità per continuità in tutto $\mathbb{R}^2$ delle funzioni
  - $$f(x,y) = (x^2 - y^2)\sin\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}\right)$$
  - $$f(x,y) = \frac{x-y}{\ln(x^2+y^2+1)}$$
  - $$f(x,y) = \frac{(x-1)^3 + (x-1)^2 + (y-2)^2}{(x-1)^2 + (y-2)^2}$$

- Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ è continua la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \ln(1+y)}{(x^2+\arctan^2 y)^\alpha} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ sono prolungabili per continuità in tutto $\mathbb{R}^2$ le funzioni

  - $$f(x,y) = \frac{1 - \cos(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{2}(x^2+y^2)^4}{(x^2+y^2)^\alpha}$$
  - $$f(x,y) = \frac{e^{(x^2+y^2)} - (x^2+y^2) - 1}{(x^2+y^2)^\alpha}$$