Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)
Silvia Marconi - 03 Dicembre 2012 -

◇ Area di una superficie

Area di una superficie che è il grafico di una funzione in due variabili.
Area della superficie della sfera.

◇ Forme differenziali

Metodo analitico per il calcolo delle primitive delle forme differenziali esatte.

- Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{dx}{x+y} + (x^2+y^2)\,dy$$
calcolare $\int_\gamma \omega$ dove γ è l'arco di parabola $y = x^2$ compreso tra $(1,1)$ e $(2,4)$.
[Risp.: $\int_\gamma \omega = \ln\frac{4}{3} + \frac{57}{2}$].

- Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{1}{x}\,dx + \frac{1}{y}\,dy$$
determinare la primitiva che vale 2 in $(1,1)$.
[Risp.: $F(x,y) = \ln x + \ln y + 2$].

- Determinare la funzione $h(y)$ continua su $\mathbb{R}$ in modo che risulti esatta nel suo insieme di definizione la forma differenziale
$$\omega = \frac{x+1}{x^2+y^2+2x+1}\,dx + \frac{h(y)}{x^2+y^2+2x+1}\,dy$$
e determinare la primitiva che vale 1 in $(1,1)$.
[Risp.: $h(y) = y$ e $F(x,y) = \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2+2x+1) + 1 - \ln 5$].

◇ Campi vettoriali

- Dato il campo vettoriale
$$\vec{F}(x,y) = (e^x[\sin(x+y) + \cos(x+y)], e^x\cos(x+y))$$
determinare i potenziali e calcolare il lavoro di $\vec{F}$ lungo le curve
$\gamma_n(t) = (\cos nt, \sin nt), n \in \mathbb{N}, t \in [0,\pi]$.
[Risp.: $U(x,y) = e^x\sin(x+y) + c$, $\int_{\gamma_n} \vec{F}\cdot\hat{\tau}\,ds = 0$ se n è pari e $\int_{\gamma_n} \vec{F}\cdot\hat{\tau}\,ds = -(e+e^{-1})\sin 1$ se n è dispari].