Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z) Silvia Marconi - 05 Dicembre 2012 -

◇ Equazioni differenziali ordinarie lineari del primo ordine

Equazioni differenziali lineari e non lineari. Equazioni differenziali lineari del primo ordine e problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità globale.

- Risolvere la seguente equazione differenziali ordinaria del primo ordine e il relativo problema di Cauchy

  $$\begin{cases} y' + y\tan x = e^x \cos^2 x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

  [Risp.: $y(x) = \frac{1}{2}\cos x[1 + e^x(\cos x + \sin x)]$ soluzione globale in $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$].

- Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to 0^+} y(x) = 9$, dove y è la soluzione del problema di Cauchy

  $$\begin{cases} y' = +y\ln x + x^x \\ y(1) = \alpha \end{cases}$$

  [Risp.: $\alpha = \frac{8}{e} + 1$].

◇ Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine a variabili separabili

Separazioni delle variabili. Soluzioni stazionarie singolari e particolari. Soluzioni locali e globali.

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy per equazioni differenziali ordinarie del primo ordine a variabili separabili.

- $$\begin{cases} y' = \frac{\cos y \ln x}{x\sin(2y)} \\ y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

  [Risp.: $y(x) = \arccos\left(-\frac{\ln^2 x}{4} + \frac{3}{4}\right)$ soluzione locale in $\left(\frac{1}{e^{\sqrt{3}}}, e^{\sqrt{3}}\right)$].

- $$\begin{cases} y' = \left(1 + \frac{1}{(x-2)^2}\right)\frac{\sqrt{y-1}}{e^{\sqrt{y-1}}} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

  [Risp.: $y(x) = 1 + \ln^2\left(\frac{x^2-2x-1}{2(x-2)}\right)$ soluzione locale in $\left(1-\sqrt{2}, 2\right)$; $y \equiv 1$ soluzione stazionaria singolare].

- $$\begin{cases} y' = \tan x(y+1) \\ y\left(\frac{7}{6}\pi\right) = 1 \end{cases}$$

  [Risp.: $y(x) = -\frac{\sqrt{3}}{\cos x} - 1$ soluzione globale in $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$].