Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)
Silvia Marconi - 12 Dicembre 2012 -

◇ EDO lineari di ordine superiore al secondo

Tecnica dell'abbassamento dell'ordine.

- Determinare le soluzioni dell'equazione
$$y''' + 4y' = \cos(2x)$$
tali che $y(0) = 0$.
[Risp.: integrale generale: $y(x) = c_1 \sin(2x) + c_2 \cos(2x) + c_3 - \frac{1}{8} x \cos(2x) + \frac{1}{16} \sin(2x)$. $y(0) = 0$ per $c_2 = 0$, $\forall c_1, c_3 \in \mathbb{R}$].

- Determinare le soluzioni periodiche dell'equazione
$$y''' - y'' = \sin x.$$
[Risp.: integrale generale: $y(x) = c_1 e^x + c_2 x + c_3 + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$. Soluzioni periodiche per $c_1 = c_2 = 0$, $\forall c_3 \in \mathbb{R}$].

- Determinare le soluzioni dell'equazione
$$y''' - 5y'' + 6y' = 0$$
che hanno asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ e per $x \to +\infty$.
[Risp.: integrale generale: $y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x} + c_3$. Asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ per $c_1 = c_2 = 0$, $\forall c_3 \in \mathbb{R}$; asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ $\forall c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$].

◇ Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee.

Problema ai limiti. Equazioni con parametro.

- Determinare la soluzione del problema ai limiti
$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 4\cos(2x) - 2\sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$
[Risp.: $y(x) = \sin(2x)$].

- Determinare i valori del parametro a tali che il problema

$$\begin{cases} y'' + 3y = ay \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

  abbia soluzioni non nulle limitate e individuarle.
  [Risp.: $a < 3 : y(x) = c\sin(\sqrt{3-a}x)$, $c \in \mathbb{R}$].

- Determinare al variare del parametro reale a l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - ay = e^{2x}.$$

- Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + n^3 y(x) = n^3 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

  dove $n \in \mathbb{N}$, $(n \geq 1)$, e specificare se esiste il limite per $n \to +\infty$ della soluzione $y(x)$.