

Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)

Silvia Marconi - 17 Dicembre 2012 -

◇ Teorema di Schwarz

Verificare la validità del teorema di Schwarz per la funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} yx^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

◇ Formula di Taylor

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - \cos \sqrt{x^2+y^2} - \frac{3}{2}(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

[Resp.: $\frac{11}{24}$].

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x-x^2} - \ln(1+x) - 1}{\sqrt{x^2+y^2} - \sin(\sqrt{x^2+y^2})}$$

[Resp.: non esiste].

◇ Rotore di un campo vettoriale

Rotore di un campo vettoriale di \mathbb{R}^3 . Campi irrotazionali.

- Dato il campo vettoriale

$$\vec{F} = \left(2xy - \frac{1}{x}; x^2 \right)$$

calcolare la circuitazione di \vec{F} sulla frontiera γ di $(x-2)^2 + y^2 = 1$ percorsa in verso antiorario e l'integrale $\int_{+\gamma} \text{rot} \vec{F} \cdot \hat{\tau} ds$.

[Resp.: 0].

◇ Volume di solidi di rotazione

Volume di solidi di rotazione del grafico di una funzione in una variabile intorno all'asse x o all'asse y .

- Calcolare il volume del solido di rotazione del grafico della funzione $f(x) = x$ intorno all'asse x per $x \in [0, 2]$.
[Ris.: $\frac{8\pi}{3}$].
- Calcolare il volume del solido di rotazione del grafico della funzione $f(x) = \arcsin x$ con $x \in [0, 1]$ intorno all'asse y .
[Ris.: $\frac{\pi^2}{4}$].
- Calcolare il volume del solido di rotazione dell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \left|x^2 - \frac{1}{4}\right|, 0 \leq x \leq 1\}$$

intorno all'asse x .

[Ris.: $\frac{23\pi}{240}$].

◇ Cambio di coordinate negli integrali doppi

Matrice Jacobiana delle trasformazioni di coordinate e delle trasformazioni inverse.

$$\iint_S xy \, dx \, dy \quad S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq y \leq 3x, 1 \leq xy \leq 2\}$$

[Ris.: $\frac{3}{4} \ln 3$].