

Analisi Mat. Ing. Civile (Canale A-K e L-Z)

Silvia Marconi - 19 Dicembre 2012 -

◇ Esercizi di riepilogo

- Massimi e minimi liberi della funzione $f(x, y) = 15x - 3xy + 9y$ in \mathbb{R}^2 e assoluti vincolati all'insieme E :

$$\begin{cases} x^2 - 2x - y + 2 \leq 0 \\ 2x + 3y \leq 6 \end{cases}$$

[Ris.: $P(3, 5)$ punto di sella; $(\frac{1}{3}, \frac{13}{9})$ punto di minimo assoluto in E ; $(\frac{4}{3}, \frac{10}{9})$ punto di massimo assoluto in E].

- $\iint_D x \, dx dy$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} : 0 \leq y - x^2 \leq 2; 2 \leq y + x^2 \leq 3; x > 0\}$$

[Ris.: $\frac{1}{2}$].

- $\iint_D x e^y \, dx dy$

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9; -\sqrt{3}|y| \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}|y| \right\}$$

[Ris.: $4e^{\frac{3}{2}} + 4e^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}e^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}(6\sqrt{3} - 4) + \frac{2}{3}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}(2\sqrt{3} - 4)$].

- Derivate direzionali in $O(0, 0)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos xy}{|xy|^\alpha} & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0 & x = 0, y = 0 \end{cases}$$

[Ris.: f derivabile direzionalmente con derivata nulla per $\alpha < \frac{3}{2}$].

- Dato il campo vettoriale

$$\vec{F} = \{y^2 e^{xy^2} - \sin(x - y) + 1; 2xy e^{xy^2} - \sin(x - y) + x\}$$

calcolare la circuitazione sulla curva $\gamma : x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ percorsa in verso antiorario.

[Ris.: 2π].

- $\begin{cases} y' = 3 \cos^2 x \sin xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

[Ris.: $y(x) = \frac{1}{\cos^3 x}$ soluzione locale in $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$].