

# Programma di Analisi Matematica

## Ingegneria Civile, a.a. 2013/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

### Elementi di teoria degli insiemi

Richiami di matematica elementare. Alcuni simboli di logica matematica. Primi elementi di teoria degli insiemi. Prodotto cartesiano. Insiemi di numeri reali: generalità ed esempi. Estremo inferiore ed estremo superiore. Punti di accumulazione; insiemi chiusi. Il numero  $e$ ; logaritmi naturali.

### Funzioni di una variabile

Il concetto di funzione. Rappresentazione geometrica: grafico. Le funzioni elementari. Alcune nozioni generali sulle funzioni. Funzioni composte e funzioni inverse. Funzioni circolari inverse.

### Successioni

Limiti di successioni. Successioni convergenti o divergenti; definizione di limite. Primi teoremi sui limiti; disuguaglianze. Teorema di unicità del limite. Limiti di successioni monotone. Il numero  $e$ . Operazioni sui limiti; forme indeterminate. Alcuni limiti fondamentali. Confronto tra infinitesimi o tra infiniti.

### Serie numeriche

Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Condizione necessaria di convergenza. Proprietà ed operazioni. Serie a termini di segno costante; regolarità incondizionata. Serie assolutamente convergente. Criteri di convergenza assoluta. Criteri di convergenza non assoluta. Criterio di asintoticità.

### Limiti di funzioni di una variabile

Limiti all'infinito. Limiti in un punto. Limiti di funzione come limiti di successioni: osservazioni. Teoremi sui limiti delle funzioni. Calcolo di limiti fondamentali. Confronto tra infinitesimi o tra infiniti. Relazioni asintotiche.

### Funzioni continue di una variabile

Definizione e prime proprietà. Esempi di funzioni continue. Punti singolari di una funzione; continuità a sinistra o a destra. Operazioni sulle funzioni continue. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue. Funzioni inverse.

### Nozioni sul calcolo differenziale per funzioni di una variabile

Definizione di derivata. Applicazioni sul concetto di derivata. Definizione e proprietà del differenziale. Le operazioni elementari. Derivazione della funzione inversa. Derivazione di una funzione composta. Tabella delle derivate fondamentali. Derivate successive. Differenziali. Crescenza e decrescenza in piccolo; massimi e minimi relativi. Teoremi di Rolle, Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange; crescita in grande. Forme indeterminate: teorema di de L'Hôpital. Asintoti. Ricerca del minimo e del massimo assoluti di una funzione. Funzioni concave e convesse in un punto; flessi. Concavità e convessità in grande. Criteri per lo studio locale di una funzione. Studio del grafico di una funzione. Formula di Taylor, comportamento asintotico del resto.

### Nozioni di calcolo integrale per le funzioni di una variabile

Funzioni primitive. Integrale di una funzione continua esteso ad un intervallo. Significato geometrico dell'integrale. Proprietà dell'integrale. Integrali definiti. Esistenza delle primitive di una funzione continua. Integrali indefiniti. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Osservazione sui precedenti metodi di integrazione indefinita. Regole per il calcolo degli integrali definiti. Alcune applicazioni. Integrali impropri.

### Numeri complessi

Introduzione. Definizioni. Conseguenze delle definizioni precedenti. Operazioni inverse; numeri coniugati. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi. Formula di Moivre. Radici dei numeri complessi. L'esponenziale nel campo complesso.

## **Funzioni di più variabili**

Insiemi in  $\mathbb{R}^n$ . Definizioni generali. Definizione di limite. Definizione di funzione continua. Derivate parziali e loro significato geometrico. Teorema di Schwarz. Funzione composta in più variabili. Derivata di una funzione composta. Funzioni differenziabili. Teorema del differenziale totale. Differenziale e suo significato geometrico. Teorema sulle derivate localmente limitate. Gradiente. Derivata direzionale. Teorema per la derivabilità direzionale. Superfici regolari: equazione del piano tangente e della normale ad esso. Minimi e massimi liberi per le funzioni di più variabili. Ricerca del minimo e massimo assoluto per le funzioni di più variabili. Formula di Taylor per funzioni di due variabili. Funzioni a valori vettoriali.

## **Integrali doppi**

Cenni sulla misura di insiemi limitati in  $\mathbb{R}^2$ . Definizione di dominio normale rispetto agli assi. Formule di riduzione per gli integrali doppi. Cambiamenti di variabile. Cambiamento da coordinate cartesiane a coordinate polari. Integrali curvilinei di funzioni. Integrali superficiali. Area di una superficie.

## **Curve regolari**

Definizioni generali. Curve generalmente regolari. Lunghezza di un arco di curva regolare. Ascissa curvilinea.

## **Forme differenziali lineari**

Integrale curvilineo di una forma differenziale lineare. Forme differenziali esatte; condizioni per l'integrabilità di una forma differenziale lineare. Integrazione di forme differenziali in campi moltiplicemente connessi. Interpretazione fisica: campi conservativi, campi irrotazionali.

## **Teorema della divergenza**

Domini regolari. Formule di Gauss-Green nel piano e loro applicazioni. Teorema della divergenza. Applicazioni. Flusso di un campo vettoriale. Circuitazione di un campo vettoriale. Applicazioni. Interpretazione fisica.

## **Equazioni differenziali ordinarie**

Generalità; nomenclatura essenziale. Integrale generale, particolare e singolare. Equazioni differenziali del I ordine. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari; metodo del fattore integrante. Problema di Cauchy per le equazioni differenziali del I ordine; teorema di esistenza e unicità. Equazione di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari del II ordine; definizioni generali. Teorema sulla struttura delle soluzioni. Teorema sulla struttura dell'integrale generale dell'equazione omogenea. Equazioni differenziali lineari del II ordine a coefficienti costanti. Equazione omogenea associata: integrale generale. Equazione completa; metodi per determinare un integrale particolare: metodo di somiglianza e metodo di variazione delle costanti arbitrarie (metodo di Lagrange). Problema di Cauchy per le equazioni differenziali del II ordine; teorema di esistenza e unicità. Problema ai limiti.

## **Testi consigliati**

A. Ghizzetti - F. Rosati. *Analisi matematica vol. I e vol. II*, ed. Zanichelli.

N. Fusco - P. Marcellini - C. Sbordone. *Elementi di Analisi Matematica uno e due*, ed. Liguori.

L. Cosimi - M.R. Lancia. *Matematica 1 e 2*, ed. Esculapio.

L. Cosimi - M.R. Lancia. *Complementi ed Esercizi di Analisi Matematica e Geometria Analitica*, ed. Esculapio.

M.R. Lancia - S. Marconi. *Temi d'esame di Analisi Matematica*, ed. LaDotta.