

## Esercitazioni di Istituzioni di Matematiche 2A

Dott.ssa Silvia Marconi - 24 Maggio 2010 -

- La *scodella di Galileo*, descritta da Galileo in “*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*” nel 1638, è un solido delimitato da un cilindro circolare la cui altezza è uguale al raggio della circonferenza di base e la semisfera ad esso inscritta la cui circonferenza massima coincide con la circonferenza superiore del cilindro.

Si può dimostrare che il volume della scodella di Galileo è pari al volume del cono che ha la stessa base e la stessa altezza del cilindro.

Scrivere le equazioni del cilindro e della semisfera che delimitano una scodella di Galileo di altezza 5 poggiata sul pavimento e del cono di volume equivalente, anch'esso poggiato sul pavimento.

- Studiare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 \ln(y - 1) - 8y + y^2$$

[Un minimo e due punti di sella].

- Studiare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy^2 + x^2y$$

[Un punto di sella e un punto ad hessiano nullo].

- Studiare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$$

[Due punti di sella, un massimo e un minimo].

- Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{2x + 5}{3y - 6}$$

scrivere l'equazione del piano tangente nel punto  $(2, 1, -3)$ .

- Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy - 2$$

calcolare la derivata di  $f$  in direzione  $\vec{v} = (-\sqrt{2}, 1)$  nel punto  $(1, 0)$ .