Gennaio 2021

Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

1. • Date le rette $r : \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = u \\ y = -2u + 1 \\ z = 2u \end{cases}$, determinare:
    a) la loro distanza;
    b) l'angolo formato da esse.
   • Classificare la conica di equazione: $x^2 + y^2 + 6xy - 2x + 2y = 0$.
2. Sia $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $(1, 2, 0, 0)$ e $(-1, 1, 0, 1)$ siano autovettori associati a 0, $(0, 0, 1, 1)$ un autovettore associato a -2, $(0, 1, 0, -3)$ un autovettore associato a 3. Trovare base e dimensione di Imf e $Kerf$. Trovare $f^{-1}(0, 0, 0, 1)$. La funzione f è invertibile?
3. Siano V ed W due sottospazi di $\mathbb{R}_3[x]$ tali che $V = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] | p(x) = xp'(x)\}$, $W = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] | p(-1) = 0\}$. Trovare la dimensione ed una base per $V, W, V \cap W, V + W$.

Domande:

1. Dati i vettori $v_1 = (0, 0, 0), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (-1, 0, 1)$, dire quali fra essi appartengono ai sottospazi $V = \langle(1, 0, 0), (0, -1, 0)\rangle$, $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.
2. Sia $V = \langle(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}}}, \frac{-2}{\sqrt{7}}, \frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}}}, -\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}}}), (0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\rangle$. Trovare le componenti di $(1, -2, 2, 0)$ rispetto a tale base.
3. Enunciare la definizione di matrici simili e dire cosa hanno in comune
4. Spiegare come si possono intersecare due piani nello spazio e perché.
5. Sia A una matrice quadrata di ordine 3. La matrice A puó avere autovettore $(1, 0, 1)$ associato a 1 e autovettore $(-1, 0, -1)$ associato a 0?