

Geometria Analitica dello Spazio II

1. Determinare il piano contenente le rette $r : \begin{cases} x = k \\ y = 2k \\ z = -k \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x = -\frac{4}{3} + h \\ y = -\frac{8}{3} + 2h \\ z = -h \end{cases}$.
2. Determinare la distanza fra la retta $r : \begin{cases} x = -2k \\ y = k \\ z = 1 + k \end{cases}$ ed il piano $\pi : x + y + z = 0$.
3. Determinare le rette per $O = (0, 0, 0)$, perpendicolari a $r : \begin{cases} x = 2 + h \\ y = -1 \\ z = 3h \end{cases}$ e che formano un angolo di 45° con $s : \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 + k \\ z = 3 + k \end{cases}$.
4. Determinare la retta r per $P = (1, 0, 1)$ e parallela ai piani $x - y + z - 1 = 0$ e $2x + y - z + 3 = 0$.
5. Determinare la retta ortogonale e incidente $r : \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.
6. Determinare la distanza fra le rette $r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2 + h \\ y = -1 - 3h \\ z = 2h \end{cases}$.
7. Determinare la retta r passante per $P = (1, 3, 0)$ e ortogonale e incidente la retta $s : \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$.
8. Classificare la conica di equazione: $x^2 + y^2 + 2x + 2 = 0$.
9. Determinare la retta per $P = (2, 1, 1)$ e intersecante $r : \begin{cases} x + y + z - 6 = 0 \\ 2x + 5y - z = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ x - y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$.
10. Determinare i due piani paralleli a $\pi : 3x + y + z = 0$ e che distano 2 dal punto $P = (1, 1, 0)$.
11. Determinare la retta per $P = (5, 5, 1)$, incidente $r : \begin{cases} x - 3y - 7z - 5 = 0 \\ 2x - z + 9 = 0 \end{cases}$ e parallela a $\pi : 2x - 7y + 2z = 3$.

12. Trovare il piano contenente $r : \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - 3z = 0 \end{cases}$ e perpendicolare a $\pi : -x + 2y - z + 1 = 0$.
13. Determinare i piani dello spazio a distanza 3 dal piano contenente l'asse x e l'asse y .
14. Classificare la conica di equazione $x^2 + \lambda xy + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$.
15. Date le rette $r : \begin{cases} x = h \\ y = -h + 1 \\ z = h \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$, dimostrare che sono sghembe.
Determinare inoltre la retta r' parallela a r , incidente s e avente distanza 1 da r .
16. Date le rette $r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z - 1 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, determinare le rette del piano $z = 0$ incidenti r e che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con s .
17. Date le rette $r : \begin{cases} x = h \\ y = 2h - 1 \\ z = 3h + 2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} 2x - z + 3 = 0 \\ 2y + z - 7 = 0 \end{cases}$, determinare la retta per $P = (1, 1, 1)$, incidente r e ortogonale a s .

Soluzioni

1. Il piano ha equazione $2x - y = 0$.

2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. Le rette sono $r : \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = -6h \\ y = 9h \\ z = 2h \end{cases}$.

4. $r : \begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$.

5. $\begin{cases} x = 2 + h \\ y = 2 + h \\ z = -5 + h \end{cases}$.

6. $\frac{3}{14}\sqrt{70}$.

7. $r : \begin{cases} x + 2y + z - 7 = 0 \\ x - z - 1 = 0 \end{cases}$.

8. Ellisse immaginaria.

9. $\begin{cases} 6x + 9y + 3z - 24 = 0 \\ 5x - 5y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$.

10. I piani hanno equazione $3x + y + z - 4 \pm 2\sqrt{11}$.

11. $\begin{cases} 2x - 7y + 2z + 23 = 0 \\ 31x - 27y - 74z + 54 = 0 \end{cases}$.

12. $y + 2z - 1 = 0$.

13. $\pi_1 : z + 3 = 0$, $\pi_2 : z - 3 = 0$.

14. La conica è degenere per $\lambda = -\frac{5}{2}, -2$. Per $\lambda < -\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2} < \lambda < -2$, $\lambda > 2$, la conica è un'iperbole, per $-2 < \lambda < 2$ la conica è un'ellisse reale, per $\lambda = 2$ la conica è una parabola.

15. $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{12}} - k \\ z = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{12}} + k \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{12}} - k \\ z = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{12}} + k \end{cases}$.

16. $\begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 \\ z = 0 \end{cases}$.

17. $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x - y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$.